

# Première partie : Gestion de la production

## 1.1 Calcul matriciel, Notions de base

### 1.1.1 Définitions

Une matrice est un ensemble d'éléments disposé en lignes et en colonnes. Une matrice notée,  $A$ , d'ordre  $(m * n)$  est un tableau d'éléments formant  $m$  lignes et  $n$  colonnes. Chaque élément de ce tableau sera noté par  $a_{ij}$  où  $i$  désigne la  $i$ ème ligne et  $j$  désigne la  $j$ ème colonne. Mathématiquement, on peut écrire une matrice de la façon suivante :

$$A = (a_{ij}) \text{ ou } [a_{ij}] ; i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{array}$$

Exemple : $A_{(3*2)} = \begin{array}{cc} 5 & 4 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{array}$
-------------------------------------------------------------------------------

ou

Soit deux entiers  $n$  et  $p$  supérieurs ou égaux à 1. On appelle matrice de à coefficients dans  $K$ , un tableau rectangulaire à  $n$  lignes et  $p$  colonnes d'éléments de  $K$ . On dit aussi que  $A$  est une matrice  $n \times p$ . Un tel tableau est représenté de la façon suivante :

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,j} & \dots & \dots & a_{1,p} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ a_{i,1} & \dots & \dots & a_{i,j} & \dots & \dots & a_{i,p} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,j} & \dots & \dots & a_{n,p} \end{pmatrix}$$

$\leftarrow$   $i$ -ième ligne

$\uparrow$   $j$ -ième colonne

Remarque : En fait, si on désigne par  $I$  l'ensemble des entiers compris entre 1 et  $n$  et par  $J$  l'ensemble des entiers compris entre 1 et  $p$ , se donner une matrice revient à se donner une application de  $I \times J$  dans  $K$ , le coefficient  $a_{ij}$  représentant l'image du couple  $(i,j)$  par cette application.



### 1.1.2 Cas particuliers

**Matrice carrée** :  $m=n$

**Matrice diagonale** : Une matrice carrée est dite diagonale si tous les éléments situés hors de la diagonale principale sont nuls. La diagonale principale est de haut en bas de gauche à droite.

**Matrice identité** noté par  $I$ : est une matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont égaux

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Matrice transposée de A est notée  ${}^tA$**  : est une matrice formée à partir de A en inter changeant des lignes et les colonnes.

$$\text{Exemple : Soit } A_{(2 \times 3)} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} ; {}^tA_{(3 \times 2)} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

**Matrice ligne (ou vecteur ligne)** :  $m=1$  et  $n$  quelconque.

$$A = (a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n})$$

**Matrice colonne (ou vecteur colonne)** :  $n=1$  et  $m$  quelconque.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$