

Première partie : Gestion de la production

1.1 Calcul matriciel, Notions de base

1.1.1 Définitions

Une matrice est un ensemble d'éléments disposé en lignes et en colonnes. Une matrice notée, A , d'ordre $(m * n)$ est un tableau d'éléments formant m lignes et n colonnes. Chaque élément de ce tableau sera noté par a_{ij} où i désigne la i ème ligne et j désigne la j ème colonne. Mathématiquement, on peut écrire une matrice de la façon suivante :

$$A = (a_{ij}) \text{ ou } [a_{ij}] ; i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{array}$$

Exemple : $A_{(3*2)} = \begin{array}{cc} 5 & 4 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{array}$

ou

Soit deux entiers n et p supérieurs ou égaux à 1. On appelle matrice de à coefficients dans K , un tableau rectangulaire à n lignes et p colonnes d'éléments de K . On dit aussi que A est une matrice $n \times p$. Un tel tableau est représenté de la façon suivante :

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,j} & \dots & \dots & a_{1,p} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ a_{i,1} & \dots & \dots & a_{i,j} & \dots & \dots & a_{i,p} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,j} & \dots & \dots & a_{n,p} \end{pmatrix}$$

\leftarrow i -ième ligne

\uparrow j -ième colonne

Remarque : En fait, si on désigne par I l'ensemble des entiers compris entre 1 et n et par J l'ensemble des entiers compris entre 1 et p , se donner une matrice revient à se donner une application de $I \times J$ dans K , le coefficient a_{ij} représentant l'image du couple (i,j) par cette application.



1.1.2 Cas particuliers

Matrice carrée : $m=n$

Matrice diagonale : Une matrice carrée est dite diagonale si tous les éléments situés hors de la diagonale principale sont nuls. La diagonale principale est de haut en bas de gauche à droite.

Matrice identité noté par I : est une matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont égaux

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrice transposée de A est notée tA : est une matrice formée à partir de A en inter changeant des lignes et les colonnes.

$$\text{Exemple : Soit } A_{(2 \times 3)} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix} ; \quad {}^tA_{(3 \times 2)} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Matrice ligne (ou vecteur ligne) : $m=1$ et n quelconque.

$$A = (a_{11} \ a_{12} \ \dots \ a_{1n})$$

Matrice colonne (ou vecteur colonne) : $n=1$ et m quelconque.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$